

CORTES DE DEDEKIND: UMA CONSTRUÇÃO DOS NÚMEROS REAIS

Emanuely Silva Pereira ¹

Lucas Machado Fernandes ²

Iago Vieira Alves de Moraes ³

RESUMO: Entre tantas definições existentes do conjunto dos números reais, pode-se destacar, pela sua simplicidade conceitual e elegância teórica e matemática, a famosa definição do matemático alemão Richard Dedekind que, em 1872, definiu os números reais com dependência dos números naturais em uma comparação com suas retas, no chamado corte de Dedekind, inspirado na teoria das proporções presente no clássico livro “*Os Elementos*” de Euclides. A proposta geral dos cortes consiste, de forma resumida, em dividir os números racionais em duas classes (conjuntos), de modo que todos os elementos de uma classe sejam menores que os da outra. Ao fazer uma análise das retas racionais e reais, pode-se afirmar que a reta racional é densa, uma vez que, ao considerar dois pontos quaisquer nela, sempre haverá um terceiro ponto entre eles. De igual modo, a reta real é densa, mas também é contínua. Dessa forma, pode-se dizer que, ao ser comparada com a reta racional, a reta real apresenta “furos”, o que levou Dedekind a utilizar o conjunto dos números racionais à direita e à esquerda dos furos para tapá-los. Se o procedimento planejado for executado, a reta racional será transformada em uma reta real. Faz-se necessário citar que existe uma quantidade não enumerável de furos que precisam ser tapados. Isso ocorre porque o conjunto dos números reais é não enumerável, por isso, não se sabe com exatidão da quantidade de furos existentes, além de que eles não podem ser listados em sequência, pois são em quantidade muito maior do que os números naturais ou racionais. Assim sendo, define-se os cortes de Dedekind como qualquer conjunto α que goze das seguintes propriedades: 1. α é um conjunto não vazio de números racionais, mas não de todos os racionais; 2. α deve ser conjunto fechado para baixo, isto é, que todo racional menor que um elemento de α , também deve ser elemento de α ; 3. α não deve ter maior elemento, isto é, para cada elemento q em α , existe um outro racional p também em α tal que $p > q$. Essa definição é capaz de mostrar que estrutura é capaz de representar um número real: quando o corte corresponder a um racional, a divisão ocorre exatamente nesse ponto; quando o corte não puder ser representado por um racional, tem-se um número irracional, construído de forma precisa a partir da ordenação dos racionais. Portanto, cada número real se identifica com um corte, e todo corte bem definido corresponde a um número real.

Palavras-chave: Análise. Cortes. Dedekind. Enumerável.

Referências

ÁVILA, Geraldo. *Análise matemática para licenciatura*. São Paulo: Blucher, 2006.

¹ Universidade Regional do Cariri, e-mail: emanuely.silva@urca.br

² Universidade Regional do Cariri, e-mail: lucas.mfernandes@urca.br

³ Universidade Regional do Cariri, e-mail: iago.vieira@urca.br



LIMA, Elon Lages. *Análise real*. Rio de Janeiro: IMPA, 2004.

XAVIER, Valmir Heráclito Nascimento. Construção do corpo dos números reais via cortes de Dedekind. 2017. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.