

A Fronteira Eficiente no Mundo Real: Uma Análise Comparativa da Teoria e Prática na Otimização de Carteiras de Investimentos.

José Johata Lopes Medeiros¹

RESUMO

Este resumo explora a análise e otimização de carteiras de investimentos, integrando a Teoria Moderna do Portfólio (MPT) de Harry Markowitz com conceitos complementares de William F. Sharpe, como o Modelo de Precificação de Ativos Financeiros (CAPM) e o Modelo de Índice Único (MIU). A metodologia abrange a seleção de ativos do setor energético, análise descritiva de risco e retorno (média, mediana, desvio-padrão, variância), cálculo de retornos e covariâncias, e a aplicação de técnicas avançadas como a Simulação Monte Carlo para modelagem de cenários utilizando a ferramenta Rstudio². O objetivo é fornecer uma compreensão aprofundada das ferramentas e teorias que guiam a gestão de portfólios, enfatizando a importância da diversificação e da relação risco-retorno na busca pela Fronteira Eficiente. O texto também discute a relevância de índices de desempenho como o Índice de Sharpe para avaliar a performance ajustada ao risco, oferecendo uma visão crítica sobre a aplicação dessas teorias no mercado financeiro.

Palavras-chave: Carteira de Investimentos, Teoria Moderna do Portfólio, CAPM, Simulação Monte Carlo, Otimização de Carteira, Risco e Retorno, Diversificação.

Eixo Temático: Microeconomia e Finanças

ABSTRACT

This summary explores the analysis and optimization of investment portfolios, integrating Harry Markowitz's Modern Portfolio Theory (MPT) with complementary concepts from William F. Sharpe, such as the Capital Asset Pricing Model (CAPM) and the Single Index Model (SIM). The methodology covers the selection of energy sector assets, descriptive analysis of risk and return (mean, median, standard deviation, variance), calculation of returns and covariances, and the application of advanced techniques such as Monte Carlo Simulation for scenario modeling using the Rstudio² tool. The objective is to provide an in-depth understanding of the tools and theories that guide portfolio management, emphasizing the importance of diversification and the risk-return relationship in the search for the Efficient Frontier. The text also discusses the relevance of performance indices such as the Sharpe Index for evaluating risk-adjusted performance, offering a critical view on the application of these theories in the financial market.

Keywords: Investment Portfolio, Modern Portfolio Theory, CAPM, Monte Carlo Simulation, Portfolio Optimization, Risk and Return, Diversification.

¹ Discente em Ciências Econômicas pela Universidade Regional do Cariri (URCA). Bolsista de Pesquisa e Extensão – PIBIC – PROEX, vinculado ao Centro de Estudos Sociais e Aplicados (CESA).

INTRODUÇÃO

A gestão de carteiras de investimentos é um campo central nas finanças, focado em otimizar a relação risco-retorno. A Teoria Moderna do Portfólio (MPT), de Harry Markowitz (1952), revolucionou essa área ao propor que a diversificação de ativos pode reduzir o risco sem sacrificar o retorno esperado, destacando a importância das covariâncias entre os ativos. Esse conceito levou à Fronteira Eficiente, que identifica carteiras com o maior retorno para um dado risco ou o menor risco para um retorno específico (MARKOWITZ, 1952, p. 3-4).

Para superar os desafios computacionais da MPT, William F. Sharpe desenvolveu o Modelo de Índice Único (MIU), em 1963, simplificando a otimização de carteiras ao correlacionar retornos de ativos com um índice de mercado. Sharpe também foi co-desenvolvedor do Modelo de Precificação de Ativos Financeiros (CAPM), que considera o retorno esperado de um investimento como uma função do ativo livre de risco e um prêmio de risco, onde o beta (β) mede a sensibilidade ao mercado. Este modelo enfatiza que o risco das carteiras inclui o risco sistêmico, que não pode ser eliminado pela diversificação (BARROSO, 2018, p. 11; SAMANEZ, 2012, p. 11). Ainda assim, a diversificação é crucial para mitigar o risco não sistemático, sendo um pilar da gestão de investimentos (ASSAF NETO, 2014, p. 8; DAMODARAN, 2009, p. 10) e o Índice de Sharpe é uma métrica fundamental para avaliar o desempenho de carteiras ajustadas ao risco (SAMANEZ, 2012, p. 11).

Na prática, a análise e otimização de carteiras utilizam técnicas quantitativas e ferramentas computacionais, como a Análise Envoltória de Dados (DEA) e a abordagem de Sharpe, para modelar a eficiência e a composição de portfólios. A combinação desses métodos permite identificar carteiras ótimas que apresentam uma melhor relação retorno/risco, superando modelos aplicados isoladamente e possibilitando a seleção de um portfólio mais eficiente e com um número reduzido de ativos, o que torna sua utilização mais viável para o investidor (ROTELA; PAMPLONA; SALOMON, 2014, p. 412).

Este estudo integra as teorias de Markowitz para aprofundar a compreensão da gestão de portfólios. Para tal, são selecionadas três companhias do setor elétrico, CPFE3 (distribuição), EGIE3 (geração) e TAEE11 (transmissão), segmentos que compõem a estrutura do setor no Brasil e operam sob regulação, o que tende a gerar fluxos de caixa mais estáveis e correlações não triviais entre si. Além disso, acrescenta-se a PETR3 (Petrobras) para incorporar o ciclo de petróleo e a sensibilidade a preços internacionais e câmbio, ampliando a heterogeneidade de “drivers” dentro do complexo de energia e fortalecendo o papel pedagógico da diversificação na fronteira eficiente.

O foco no complexo de energia brasileiro é particularmente instrutivo pois a eletricidade opera sob arcabouço regulatório da ANEEL², com regras tarifárias e taxa regulatória de remuneração do capital (WACC/CAPM), o que tende a estabilizar fluxos e facilitar a leitura de correlações intrassetoriais³. Em contraste, o segmento de petróleo e gás é sensível a choques de câmbio, por exemplo, ampliando a heterogeneidade de fatores de risco e tornando mais nítidos os ganhos de diversificação quando combina-se exposições dentro do mesmo ‘complexo’ energético. Assim, ao ancorar a análise em fundamentos clássicos e em características institucionais do mercado brasileiro, o trabalho reforça a utilidade prática das teorias de Markowitz e Sharpe para decisões de alocação transparentes.

Contudo, é vital reconhecer que, apesar da solidez dos modelos matemáticos, o mercado financeiro é influenciado por fatores comportamentais e eventos imprevisíveis (referência). A volatilidade e as assimetrias observadas nos dados reais exigem uma abordagem flexível. A diversificação, embora reduza o risco não sistemático, não elimina o risco de mercado. A busca

² Agência Nacional de Energia Elétrica.

³ Disponível em: <https://www.gov.br/aneel/pt-br/assuntos/distribuicao/regulacao>. Acesso em: 03 de setembro de 2024.

por otimização deve ser equilibrada com a compreensão das limitações dos modelos e da complexidade do ambiente econômico. Uma gestão eficaz de carteiras requer proficiência técnica, discernimento crítico e consciência da dinâmica humana que molda os mercados.

FUNDAMENTOS DA GESTÃO DE PORTFÓLIOS

A gestão de carteiras de investimentos é um campo que se consolidou a partir de contribuições teóricas fundamentais, que buscaram racionalizar a relação entre risco e retorno. O marco inicial dessa racionalização é amplamente atribuído a Harry Markowitz que, em 1952, com seu artigo *Portfolio Selection*, lançou as bases da Teoria Moderna do Portfólio (MPT). A MPT revolucionou o pensamento financeiro ao propor que a diversificação de ativos pode reduzir o risco de um portfólio, sem necessariamente sacrificar o retorno esperado (referencia). Markowitz (1952, p. 3) demonstrou que o risco de um conjunto de ativos não é simplesmente a média dos riscos individuais, mas uma função das variâncias individuais e, crucialmente, das covariâncias entre os ativos, calculadas dois a dois. Essa abordagem essencialmente quantitativa culminou no conceito de Fronteira Eficiente, que representa o conjunto de carteiras que oferecem o maior retorno esperado para um dado nível de risco, ou o menor risco para um determinado retorno esperado (MARKOWITZ, 1952, p. 4).

No entanto, a aplicação prática da MPT de Markowitz enfrentava desafios computacionais significativos devido à complexidade dos cálculos, especialmente para carteiras com um grande número de ativos. Foi nesse contexto que William F. Sharpe (1963) desenvolveu o Modelo de Índice Único (MIU), uma simplificação engenhosa da MPT. Sharpe propôs que os retornos dos ativos não estão correlacionados diretamente entre si, mas sim com um índice único que representa o retorno do mercado. Essa premissa reduziu drasticamente o volume de cálculos necessários, tornando a otimização de carteiras mais acessível. Além do MIU, Sharpe também foi um dos desenvolvedores do Modelo de Precificação de Ativos Financeiros (CAPM), juntamente com Lintner e Mossin. O CAPM, surgido na década de 1960, considera o retorno esperado de um investimento como uma função do ativo livre de risco somado a um prêmio de risco, que é o retorno adicional exigido pelo investidor para compensar o risco assumido. Nesse modelo, a variável beta (β) mede a sensibilidade do ativo em relação ao mercado, e Sharpe argumenta que o risco das carteiras não depende apenas das covariâncias entre seus ativos, mas sim do risco sistêmico, que não pode ser eliminado pela diversificação (BARROSO, 2018, p. 11; SAMANEZ, 2012, p. 11).

A diversificação, um pilar da MPT, é um conceito amplamente aceito para mitigar o risco não sistemático de uma carteira. Assaf Neto (2014, p. 8) reitera que, ao diversificar o número de títulos em uma carteira, é possível reduzir seu risco, embora a uma taxa decrescente. Essa ideia é popularmente conhecida como "não se deve colocar todos os ovos na mesma cesta".

Damodaran (2009, p. 10) também aponta a diversificação como uma ferramenta indispensável para mitigar o risco de um portfólio ao combinar ativos não correlacionados entre si. A distinção entre risco sistemático (não diversificável) e risco não sistemático (diversificável) é crucial para a compreensão da gestão de risco em investimentos (ASSAF NETO, 2014, p. 10).

Para avaliar o desempenho de carteiras ajustado ao risco, o Índice de Sharpe é um parâmetro amplamente utilizado, pois mensura o retorno excedente de um portfólio por unidade de risco. A evolução da teoria financeira, que parte dos modelos clássicos de Markowitz e Sharpe, demonstra uma busca contínua por métodos mais sofisticados e eficientes para a seleção e gestão de ativos, visando sempre otimizar a relação entre risco e retorno para o investidor (ROTELA; PAMPLONA; SALOMON, 2014, p. 407, 411).

ESTRATÉGIA EMPÍRICA

A aplicação empírica da presente pesquisa combina técnicas quantitativas (estimação de retornos, volatilidades e covariâncias; simulação de Monte Carlo) e otimização computacional para analisar o comportamento conjunto dos ativos e do portfólio. A amostra contempla quatro ações da B3: CPFE3 (distribuição), EGIE3 (geração), TAEE11 (transmissão) e PETR3 (petróleo e gás), selecionadas por liquidez, série histórica contínua e heterogeneidade de fatores de risco, equilibrando potencial de retorno e controle de volatilidade. O recorte no complexo energético brasileiro favorece correlações informativas e dialoga, em parte, com a filosofia de estratégias de baixa volatilidade (MARKOWITZ, 1952), servindo de base para a construção da fronteira eficiente e para a comparação de carteiras sob restrições realistas. A importação dos dados financeiros, especificamente os preços de fechamento dos últimos três anos, constituiu o ponto de partida para a análise. Conforme o texto original e corroborado por TIBERTI (2025), o Yahoo Finance foi a fonte primária para a coleta desses dados, utilizando-se, presumivelmente, pacotes como quantmod ou yfR no ambiente RStudio. Os dados brutos foram então estruturados em objetos como preços e dados (no formato xts), e posteriormente convertidos para um data frame (df_precos) para facilitar a manipulação e a aplicação de análises estatísticas. A partir dessa base, foram geradas estatísticas descritivas essenciais, como média, mediana, desvio-padrão e variância, que permitiram uma primeira avaliação do perfil de risco e retorno individual de cada ativo (BARROSO, 2018).

Para a análise de risco e retorno, procedeu-se ao cálculo dos retornos diários dos ativos e de suas covariâncias. As covariâncias, em particular, são cruciais para entender a direção em que os retornos de dois ativos tendem a se mover conjuntamente, um elemento vital para a diversificação de carteiras (TIBERTI, 2025, p. 14-15). A Simulação Monte Carlo foi empregada como uma técnica robusta para modelar o comportamento da carteira sob incerteza. Este processo envolveu a geração de múltiplos cenários de retornos e riscos, com base nos parâmetros históricos dos ativos (retornos médios, volatilidades e covariâncias). A simulação abrange a geração de caminhos aleatórios, o cálculo do retorno e risco da carteira para cada cenário simulado, e a agregação dos resultados para formar distribuições de probabilidade para o retorno e o risco do portfólio.

Finalmente, a otimização da carteira foi realizada com base no conceito da Fronteira Eficiente de Markowitz. Este processo buscou identificar as combinações de ativos que oferecem o maior retorno para um dado nível de risco ou o menor risco para um determinado retorno, permitindo a construção de portfólios eficientes. A metodologia, portanto, integra a teoria clássica de Markowitz com a praticidade da simulação computacional e a análise estatística detalhada, fornecendo um arcabouço sólido para a tomada de decisões em gestão de investimentos.

O modelo de portfólio de Markowitz considera que o retorno esperado e o risco da carteira é obtido, respectivamente, como se segue nas equações 1 e 2 (Bodie, Kane e Marcus, 2010):

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i) \quad (1)$$

Onde, w_i é o peso do ativo i na carteira, ou seja, o seu percentual de participação no investimento total, e r_i é o retorno do ativo i .

$$\sigma_p = \sum_{i=1}^n w_i w_j COV(r_i r_j) \quad (1)$$

Ou seja, o risco leva em consideração a covariância entre os ativos i e j , na presente pesquisa essa covariância, pesos e retornos, são dos ativos selecionados, CPFE3, EGIE3, P3 e TAEE11.

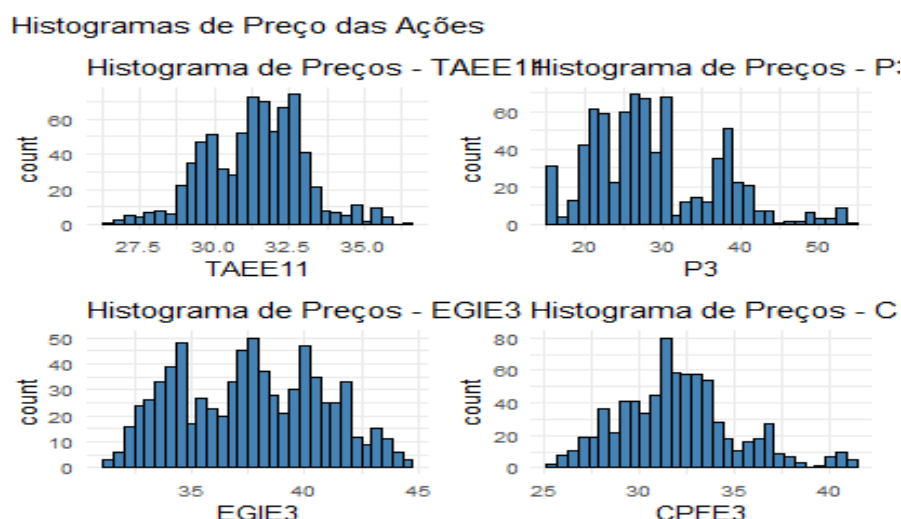
O período analisado refere-se aos últimos 2 anos (2023 e 2024) e os primeiros 6 meses de 2025, para garantir atualidade e comparabilidade, capturando um horizonte recente com mais de um regime de volatilidade e choques setoriais relevantes, sem alongar a janela a ponto de aumentar o risco de não-estacionariedade dos parâmetros. Esse recorte oferece amostra suficiente em frequência diária para estimar retornos esperados e a matriz de covariâncias com precisão razoável, ao mesmo tempo em que reduz erro de estimação típico de janelas muito curtas. Além disso, a escolha coincide com a disponibilidade contínua de preços ajustados na fonte utilizada, favorecendo replicabilidade e consistência na construção da fronteira eficiente.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A análise descritiva dos ativos CPFE3, EGIE3, PETR3 e TAEE11 revelou características distintas de risco e retorno. O ativo PETR3 destacou-se como o mais volátil, com o maior desvio-padrão (8.019809) e variância (64.317337), além de uma distribuição de preços assimétrica, onde a mediana (27.30660) é significativamente menor que a média (28.85017). Em contraste, TAEE11 demonstrou ser o ativo mais estável, apresentando o menor desvio-padrão (1.643244) e variância (2.700252). CPFE3 e EGIE3 exibiram volatilidade intermediária, com EGIE3 registrando o maior preço médio (37.59280).

Os histogramas de preços, na Figura 1, fornecem uma visão da distribuição dos preços de cada ativo ao longo do tempo.

Figura 1 – Histogramas de Preço das Ações: ativos do setor de energia da B3

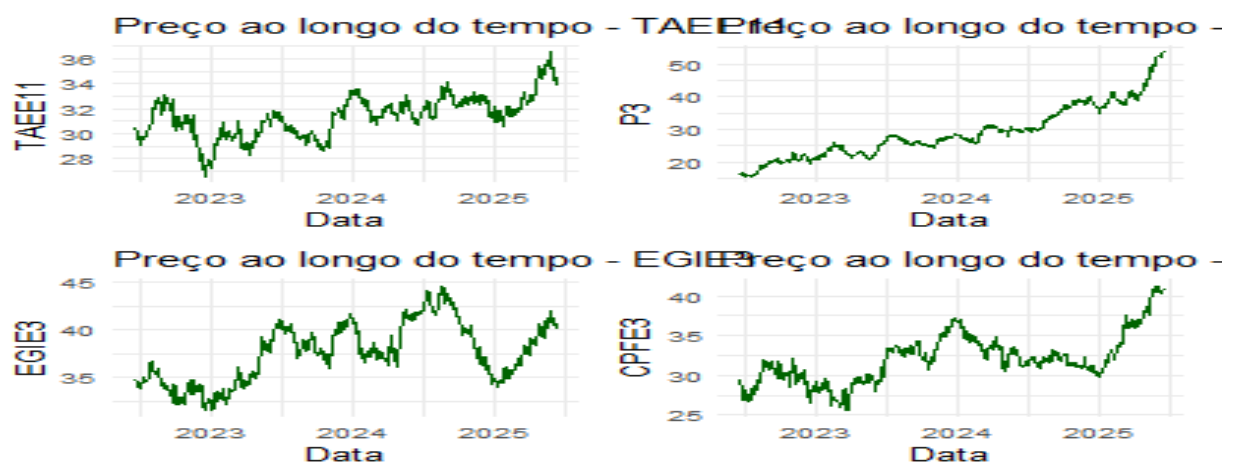


Fonte: Elaboração do autor, 2025.

Conforme pode ser observado, o histograma para TAEE11 mostra uma distribuição com picos em torno de 30.00 e 32.00, indicando que os preços do ativo passaram mais tempo nessas faixas. A distribuição parece ser ligeiramente assimétrica à direita. Já para PETR3 o histograma apresenta uma distribuição mais dispersa, com múltiplos picos, sugerindo que o preço do ativo variou significativamente ao longo do período, com concentrações em diferentes faixas de preço. Similar a TAEE11, a EGIE3 apresenta concentrações de preços em torno de 35.00 e 40.00, com uma distribuição que parece ter mais de um modo. Por fim, o histograma de CPFE3 exibe uma distribuição com um pico mais proeminente em torno de 30.00-32.00, indicando que o preço do ativo passou a maior parte do tempo nessa faixa, com uma cauda mais longa para a direita.

As séries temporais dos preços, apresentadas na Figura 2, mostram a evolução dos preços de cada ativo ao longo do tempo.

Figura 2 – Séries Temporais dos Preços: ativos do setor de energia da B3



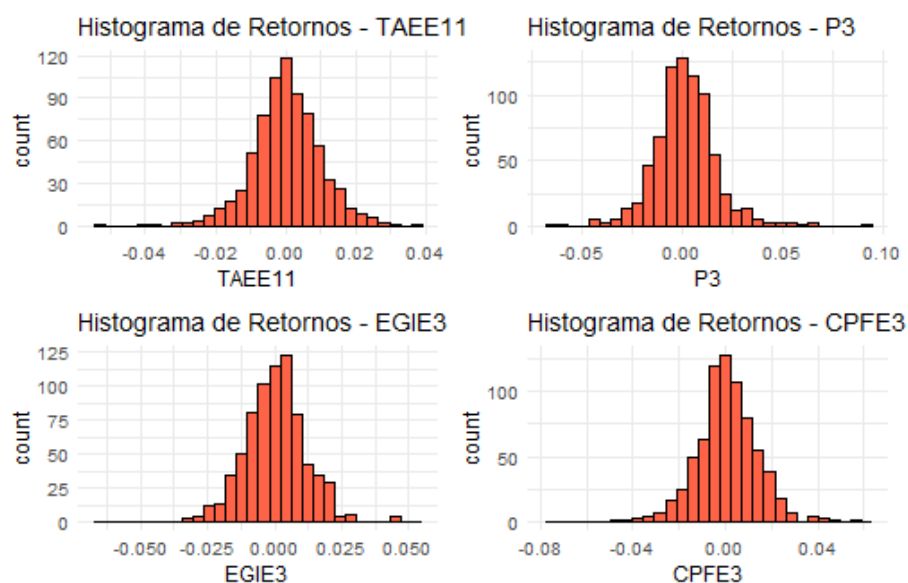
Fonte: Elaboração do autor, 2025.

Observa-se na figura acima, que a série temporal de TAE11 apresenta uma tendência de alta geral, com algumas flutuações. Há períodos de crescimento e de estabilização. Já o preço de PETR3 demonstra uma tendência de alta mais acentuada e consistente ao longo do período, indicando um bom desempenho nos últimos 3 anos. Diferentemente, a série temporal de EGIE3 exibe maior volatilidade, com picos e vales mais pronunciados, sugerindo períodos de alta e baixa mais acentuados. E a CPFE3 apresenta uma tendência de alta similar a TAE11, com flutuações e crescimento notável no final do período.

As covariâncias entre os retornos dos ativos foram todas positivas, indicando uma tendência de movimento na mesma direção, um comportamento comum em mercados de ações influenciados por fatores macroeconômicos. A análise dos desvios-padrão dos retornos diários corroborou a volatilidade individual, com PETR3 (24.49%) e CPFE3 (23.18%) apresentando os maiores riscos, seguidos por EGIE3 (18.19%) e TAE11 (15.80%). Os histogramas de retornos logarítmicos são apresentados na Figura 3 a seguir.

Figura 3 – Histogramas de Retornos Logarítmicos: ativos do setor de energia da B3

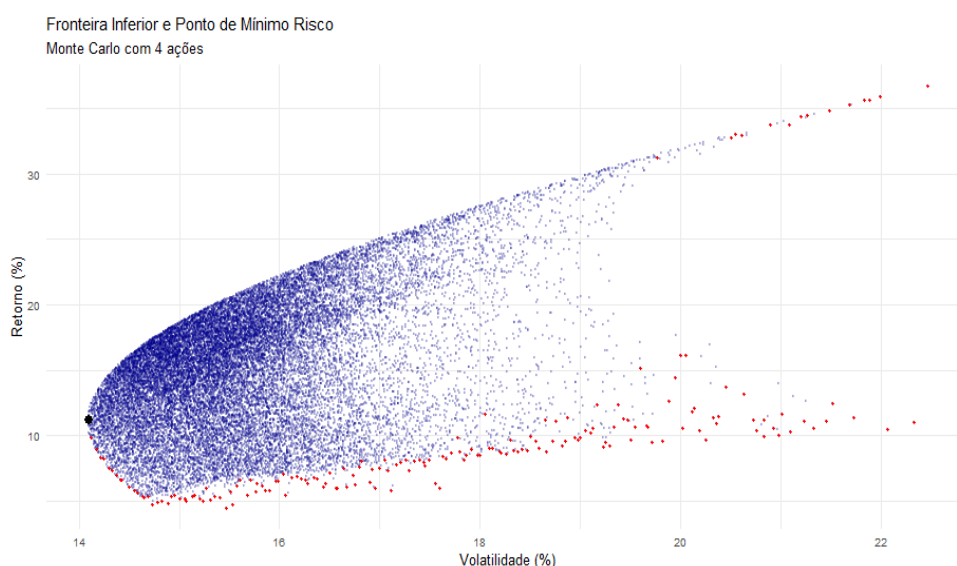
Histogramas de Retornos Logarítmicos



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

A Simulação Monte Carlo foi programada para iniciar com uma semente aleatória e gerar cerca de 10.000 simulações, combinando diferentes pesos de ativos no portfólio. Ao gerar múltiplos cenários, a simulação permitiu a construção de distribuições de probabilidade para o retorno e risco da carteira, fornecendo uma base robusta para a avaliação de desempenho e risco. A aplicação da Fronteira Eficiente, por sua vez, possibilitou a identificação de carteiras ótimas que maximizam o retorno para um dado nível de risco, alinhando a teoria à prática na gestão de portfólios. A Figura 4 e 5 apresentam, respectivamente, a fronteira eficiente e a composição da carteira de risco mínimo.

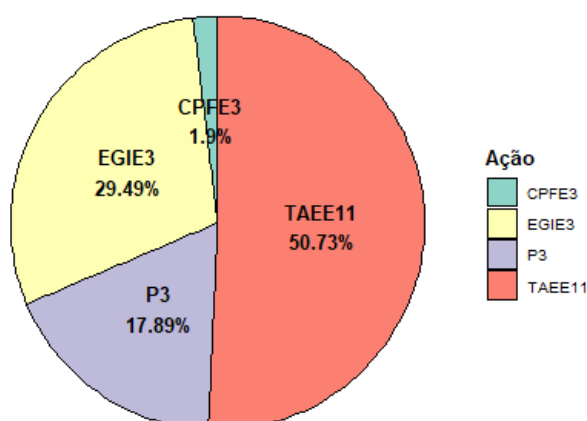
Figura 4 – Fronteira Inferior e Ponto de Mínimo Risco: ativos do setor de energia da B3



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

Figura 5 – Composição da Carteira de Mínimo Risco ativos do setor de energia da B3

Composição da Carteira de Mínimo Risco



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

A figura 4 mostra a nuvem de carteiras simuladas (Monte Carlo) com retorno (%) no eixo vertical e volatilidade (%) no horizontal. O invólucro em vermelho delimita o contorno da

nuvem e evidencia o ponto de mínima variância (marcado), situado no extremo esquerdo, isto é, a carteira com menor risco entre as combinações factíveis. A forma convexa da nuvem confirma o *trade-off* risco-retorno: à medida que a volatilidade cresce, o retorno esperado tende a aumentar, mas não linearmente. O mínimo ocorre próximo de ~14% de volatilidade, para um retorno em torno de 10–11%, ilustrando que a diversificação permite reduzir o risco do portfólio sem zerar o retorno.

O segundo gráfico detalha a composição dessa carteira de mínimo risco: TAEE11 concentra cerca de 50,7%, seguida por EGIE3 (29,5%), PETR3 (17,9%) e participação residual de CPFE3 (~1,9%). Essa estrutura é coerente com a otimização: papéis de transmissão e geração (tipicamente mais estáveis e com covariâncias favoráveis) recebem maior peso, enquanto CPFE3 fica marginal por apresentar maior correlação/volatilidade relativa, conforme verificado nas estatísticas descritivas. A presença não trivial de PETR3, mesmo sendo mais volátil, sugere ganho de diversificação, ou seja, sua covariância mais baixa com as elétricas ajuda a reduzir a variância total, justificando o seu peso na carteira ótima.

A carteira ótima concentra-se em TAEE11 e EGIE3, justamente onde as covariâncias com os demais papéis ajudam mais a “amortecer” o risco agregado. Em termos práticos, isso ilustra que diversificação não é sinônimo de igualdade de pesos, ou seja, o ganho vem da combinação de volatilidades e correlações. Ao mesmo tempo, a solução ótima implica concentração setorial (transmissão/geração), o que pede cautela regulatória e testes de robustez (janelas alternativas, limites de peso, *shrinkage* da covariância). Em cenários com restrição de peso máximo, por exemplo, parte do excedente de TAEE11 seria redistribuída para EGIE3/CPFE3, tipicamente com leve aumento de risco; já a exclusão de PETR3 reduziria o benefício de correlação cruzada, também elevando a variância total.

Observa-se, portanto, que análises individuais são cruciais para entender a trajetória dos preços e identificar tendências, ciclos e eventos que podem ter influenciado o desempenho dos ativos, bem como para a tomada de decisões informadas em um ambiente de mercado dinâmico.

CONCLUSÕES

Este estudo aprofundou a análise e otimização de carteiras de investimentos, demonstrando a interconexão e a complementaridade de teorias financeiras clássicas e modernas. A Teoria Moderna do Portfólio de Markowitz, com seu foco na diversificação e na relação risco-retorno, permanece como um pilar fundamental, enquanto as contribuições de Sharpe, como o CAPM e o MIU, oferecem simplificações e métricas essenciais para a aplicação prática e avaliação de desempenho. A análise descritiva dos ativos individuais, a Simulação Monte Carlo para modelagem de cenários e a identificação da Fronteira Eficiente são ferramentas indispensáveis para a construção de portfólios robustos e eficientes.

O cunho crítico reside na percepção de que, embora os modelos matemáticos e estatísticos forneçam um arcabouço sólido para a tomada de decisões, o mercado financeiro é intrinsecamente influenciado por fatores comportamentais e eventos imprevisíveis. A volatilidade e as assimetrias observadas nos dados reais reforçam a necessidade de uma abordagem flexível e adaptativa, que vá além da mera aplicação de fórmulas. A diversificação, embora mitigadora de risco não sistemático, não elimina o risco de mercado, e a busca incessante por otimização deve ser temperada com uma compreensão profunda das limitações dos modelos e da complexidade do ambiente econômico. Em última análise, a gestão de carteiras eficaz exige não apenas proficiência técnica, mas também discernimento crítico e uma consciência constante da dinâmica humana que molda os mercados.

Vale ressaltar que este estudo tem escopo empírico restrito a quatro ações com forte concentração no complexo energético, o que limita a generalização setorial. Da mesma forma,

a janela temporal (2023–2024 e 1º semestre de 2025) pode refletir regimes específicos de volatilidade. Assim, para estudos futuros e aprofundamento, sugere-se ampliar o universo de ativos (e incluir outras classes, como renda fixa) e testar um recorte multissetorial; assim como estender/rolar a janela temporal com *backtests* e janelas móveis.

REFERÊNCIAS

ALLAIRE, J. J. **Interview with J.J. Allaire**. R Views, 12 out. 2016. Disponível em: <https://rviews.rstudio.com/2016/10/12/interview-with-j-j-allaire/>. Acesso em: 1 set. 2025.

ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2014.

BARROSO, L. A. **Mercado de Capitais: Uma Abordagem Prática**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018.

BODIE, Z.; KANE, A. MARCUS. AJ Investimentos. **Tradução: Suely Sonoe Murai Cuccio**, v. 8, 2010.

DAMODARAN, A. **Apostila de Finanças Corporativas**. 4. ed. Rio de Janeiro: Pearson Prentice Hall, 2009.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, mar. 1952.

POSIT. **RStudio is becoming Posit**. 27 jul. 2022. Disponível em: <https://posit.co/blog/rstudio-is-becoming-posit/>. Acesso em: 1 set. 2025.

ROTELA, Paulo; PAMPLONA, Edson de Oliveira; SALOMON, Fernando Luiz Riêra. **Otimização de portfólios: análise de eficiência**. Revista de Administração de Empresas, v. 54, n. 4, p. 405-413, 2014.

SAMANEZ, C. P. **Matemática Financeira: Aplicações e Casos Brasileiros**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2012.

SHARPE, W. F. A Simplified Model for Portfolio Analysis. **Management Science**, v. 9, n. 2, p. 277-293, jan. 1963.

TIBERTI, Arthur Longhini. **Utilização da teoria moderna do portfólio e simulação de Monte carlo para seleção de carteira de investimento no mercado de ações brasileiro**. 2025- Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2025.