



VIII SEMATUDCS

SEMANA DE MATEMÁTICA DA URCA/UD
CAMPOS SALES - 2021

PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO: Uma aplicação na agricultura.

Antonia Nara de Alencar ¹

Sabrina Bento Pereira ²

José Augusto Pereira Nogueira ³

RESUMO: A matemática é uma das ciências mais fascinantes da história, e surgiu juntamente com as necessidades do ser humano. Um dos ramos mais importantes da área é o Cálculo Diferencial e Integral criado de forma independente através dos estudos de Newton e Leibniz, dois cientistas extremamente importantes para o desenvolvimento dessa ciência, que com suas definições e métodos apresentam resultados satisfatórios e coerentes. Além do mais a matemática que antes era definida como pura e acabada vem se mostrando prática e aplicável nos diversos campos das ciências. Esse trabalho de cunho bibliográfico tem por objetivo apresentar definições de máximos e mínimos relativos e absolutos, o teste da segunda derivada e alguns problemas de otimização voltados para a agricultura, como a maximização de produção em determinada plantação e a descoberta das medidas para aproveitar determinada área, mostrando a importância da matemática para resolver problemas do cotidiano, levando em consideração os aspectos que envolvem a situação, serve também de apoio para estudos futuros.

Palavras-chave: Agricultura. Cálculo. Otimização.

1. Introdução

A matemática surgiu junto com a humanidade pois desde sempre existiram necessidades a serem supridas como medir e contar, é uma ciência que está em constante transformação e não pura e acabada como se costumava pensar.

Atualmente um dos ramos mais importantes da área é o Cálculo Diferencial e Integral desenvolvido por dois grandes importantes estudiosos das ciências: Leibniz e Newton. O Cálculo, aborda conceito de Limites, Derivadas e Integrais que podem ser utilizados na descoberta de volumes, áreas e também problemas de otimização (máximos e mínimos).

Neste trabalho focaremos na utilização dos problemas de otimização na agricultura, o que comumente não são apresentados, tendo em vista que vem se tornando uma importante

¹ Universidade Regional do Cariri, e-mail: antonia.nara@urca.br

² Universidade Regional do Cariri, e-mail: sabrina.bento@urca.br

³ Universidade Regional do Cariri, e-mail: augusto.nogueira@urca.br

ferramenta com grande aplicabilidade nas diversas áreas pois apresenta resultados eficientes considerando os aspectos nos quais os problemas são desenvolvidos.

2. Objetivos

Temos por objetivo mostrar uma aplicação das derivadas através de problemas de otimização. Mais especificamente, daremos exemplos de situações que podemos encontrar na agricultura como o cálculo de áreas para melhor aproveitamento da terra ou situações que colaborem para a maximização da produtividade. Além disso, apresenta a importância da matemática nos diversos campos do estudo humano e que são essenciais para a nossa sobrevivência.

3. Metodologia

Para o desenvolvimento deste trabalho foram necessárias pesquisas sobre o assunto em diversos sites, livros e artigos, ou seja, é uma pesquisa de cunho bibliográfico. Conceitos como a Derivada de uma função real, pontos de máximos e mínimos foram imprescindíveis para compor a organização do mesmo, vale ressaltar que os problemas de otimização auxiliam na apresentação da aplicabilidade do assunto retratado.

A seguir veremos as definições e conceitos necessários para os estudos de máximos e mínimos, os quais foram retirados de LEITHOLD, 1994.

Definição 1 (Ponto crítico). Se c for um número no domínio da função f e $f'(c) = 0$ ou $f'(c)$ não existir então c será chamado de número crítico

Definição 2 (Extremos relativos ou locais).

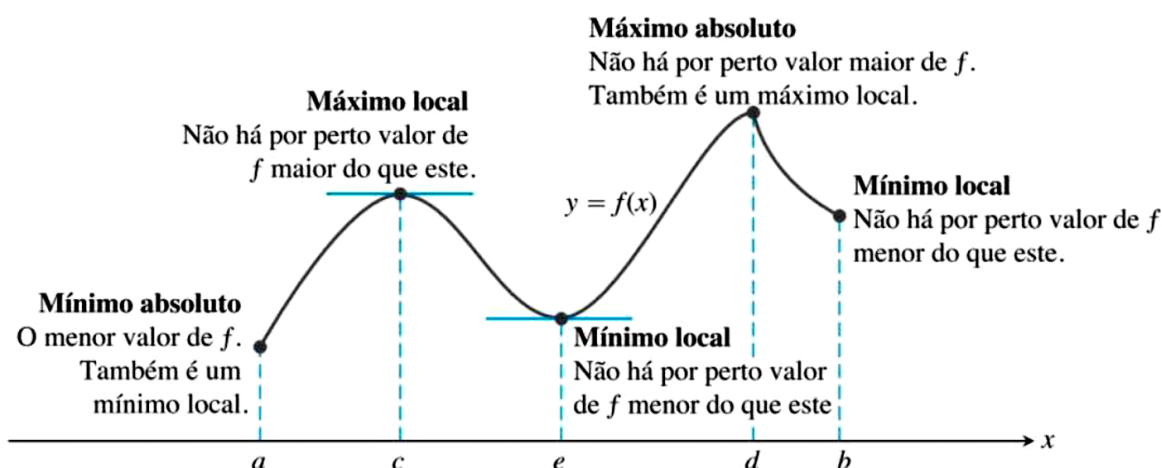
- (i) A função f terá um valor máximo relativo em c se existir um intervalo aberto contendo c , no qual $f(x)$ esteja definida, tal que $f(c) \geq f(x)$ para todo x nesse intervalo.
- (ii) A função f terá um valor mínimo relativo em c se existir um intervalo aberto contendo c , no qual $f(x)$ esteja definida, tal que $f(c) \leq f(x)$ para todo x nesse intervalo.

Definição 3 (Extremos absolutos ou globais).

- (i) A função f terá um valor máximo absoluto num intervalo, se existir algum número c num intervalo, tal que $f(c) \geq f(x)$ para todo x no intervalo. Em tal caso, $f(c)$ será o valor máximo absoluto de f no intervalo.

- (ii) A função f terá um valor mínimo absoluto num intervalo, se existir algum número c num intervalo, tal que $f(c) \leq f(x)$ para todo x no intervalo. Em tal caso, $f(c)$ será o valor mínimo absoluto de f no intervalo.

Figura 1: Máximos e mínimos relativos e absolutos



Fonte: (THOMAS, p. 214)

Teorema 1 (Teste da segunda derivada). Seja c um número crítico de uma função f , no qual $f'(c) = 0$ e suponhamos que f' exista para todos os valores de x em algum intervalo aberto contendo c . Se $f''(c)$ existe e

- (i) se $f''(c) < 0$, então f tem um valor máximo relativo em c ;
- (ii) se $f''(c) > 0$, então f tem um valor mínimo relativo em c .

4. Resultados

Veremos a diante dois casos em que é possível observar a aplicação do Cálculo Diferencial e Integral (Problemas de otimização) na agricultura.

Exemplo 1 (Otimização da área – Melhor aproveitamento do terreno) Sabendo dos avanços e das novas tecnologias desenvolvidas na agricultura, um agricultor visando melhorar a produção em sua plantação decide adotar o sistema rotacional que consiste na divisão do terreno em duas ou mais partes promovendo a alternância da área a ser usada para a plantação. Ele possui 1200 m de cerca para construir uma nova área retangular a ser isolada sendo que um dos lados serão aproveitados de outro terreno. Quais serão as dimensões para que este agricultor consiga um aproveitamento maior dessa nova área?

Solução: Chamaremos os lados de x e y logo, a área dessa região é dada por $A(x, y) = xy$. Temos ainda que a soma das medidas dos três lados será 1200 m, isto é, $2x + y = 1200m \Rightarrow y = 1200 - 2x$. Assim, podemos reescrever a área do terreno como

$$A(x) = x(1200 - 2x) \Rightarrow A(x) = 1200x - 2x^2, 0 \leq x \leq 600.$$

Veja que $A'(x) = 1200 - 4x$. Tomando

$$A'(x) = 0 \Rightarrow 1200 - 4x = 0 \Rightarrow x = 300$$

Observamos que $A''(x) = -4$, ou seja, $A''(300) = -4 < 0$, logo $x = 300$ é o ponto de máximo. Substituindo em $y = 1200 - 2 * 300 \Rightarrow y = 600$. Portanto as medidas que fornecerão a maior área a ser aproveitada são $x = 300 m$ e $y = 600 m$.

Exemplo 2 (Maximização de produção) Um agricultor da região do Cariri, no extremo Sul do Ceará, especialista na produção de maracujás quer obter um maior lucro com a produção do fruto. Considerando determinados aspectos do clima e o solo, estima-se que se 60 maracujazeiros forem plantados, a produtividade média será de 400 frutos por planta. Porém com a adição de novos maracujazeiros, a produção média cairá 4 frutos na produtividade média por planta adicionada. Analisando todos esses dados, quantas novas plantas devem ser inseridas para maximizar a produção?

Solução: Temos que a produção total $f(x)$ é dada pelo produto entre quantidade de pés de maracujá ($60 + x$), onde x é a quantidade de plantas a serem adicionadas e quanto cada fruto produz ($400 - 4x$). Assim,

$$f(x) = (60 + x)(400 - 4x) \Rightarrow f(x) = -4x^2 + 160x + 2400$$

Fazendo $f'(x) = 0 \Rightarrow -8x + 160 = 0 \Rightarrow x = 20$. Além disso,

$$f''(x) = -8 \Rightarrow f''(20) = -8 < 0$$

Ou seja, pelo teste da segunda derivada, temos que $x = 20$ é um ponto de máximo para a função. Assim o agricultor deverá adicionar mais 20 maracujazeiros para maximizar a produção, totalizando em 80 plantas (60 iniciais com as 20 adicionadas). Neste caso, a produção total será de:

$$f(20) = -4(20)^2 + 160(20) + 2400 = 25\,600 \text{ frutos.}$$

5. Considerações Finais

Sabemos que a matemática está diretamente ligada a nossa vivência em sociedade e que é uma ferramenta necessária no nosso cotidiano, não apenas uma disciplina a ser estudada no âmbito escolar. Contudo, muitas vezes essa percepção insiste em continuar, principalmente no

que diz respeito aos primeiros anos escolares onde muitos professores não apresentam aos alunos essa aplicabilidade criando o julgamento que é uma ciência pura e sem aplicação prática.

Com o passar do tempo, vemos que a matemática é um instrumento indispensável para o desenvolvimento humano, e que assim como a agricultura vem ampliando-se e reinventando-se cada vez mais. Na agricultura serve para obter resultados verídicos, que com as informações necessárias e as técnicas do Cálculo Diferencial e Integral é possível utilizar a matemática no nosso dia a dia em áreas que antes não se via nenhuma ligação.

Conclui-se que existe a necessidade de apresentar a aplicação da matemática desde o primeiro contato com o indivíduo, para que a barreira sobre ser uma ciência pura e acabada se desmistifique. Além do mais notamos a importância da mesma nas demais ciências e em situações que não se pensava utiliza-la.

Referências

LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica** volume 1, 3ª ed. São Paulo, HARBRA ltda, 1994.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA Notas de Aula **Um pouco sobre a história do Cálculo**. Disponível em: <http://mat.ufpb.br/~lenimar/histcalc.htm>. Acesso em: 06 nov. 2021.

THOMAS, G. B. **Cálculo**, volume 1, tradução Kleber Pedroso e Regina Simille de Macedo; revisão técnica Claudio Hirofume Asano. - 12. ed. - São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.